

## Príprava na 1. semestrálny test

**1 Úloha.** Koľko je párnych resp. nepárnych 7-ciferných čísel, ktoré majú všetky cifry navzájom rôzne?

**2 Úloha.** Koľko rôznych 14-písmenkových slov možno vytvoriť z písmen slova METAMATEMATIKA? V koľkých usporiadaniach sú všetky spoluhlásky spolu? V koľkých usporiadaniach nie sú žiadne dve samohlásky vedľa seba?

**3 Úloha.** V senáte zasadá 100 senátorov, pričom každý z 50 štátov má v ňom práve dvoch zástupcov. Koľkými spôsobmi je možné zvoliť 4-členný výbor tak, aby v ňom neboli 2 senátori z toho istého štátu?

**4 Úloha.** Výbor 8 ľudí má byť zvolený z 10 žien a 12 mužov. Koľko je možností na voľbu takéhoto výboru? Koľko je možností na voľbu takéhoto výboru, ak vyžadujeme, aby vo výbore bola aspoň 1 žena?

**5 Úloha.** Koľkými spôsobmi môžeme rozdeliť 10 kníh do 4 poličiek? Koľkými spôsobmi to môžeme spraviť, ak vyžadujeme, aby každá polička obsahovala aspoň jednu knihu?

**6 Úloha.** Koľkými spôsobmi môžeme rozdeliť 20 pomarančov medzi 7 detí? Koľkými spôsobmi to môžeme spraviť, ak navyše vyžadujeme, aby každé dieťa dostalo aspoň 2 pomaranče resp. nanajvýš 5 pomarančov?

**7 Úloha.** Písomka z diskkrétnej matematiky má 10 príkladov a je za 150 bodov. Koľkými rôznymi spôsobmi možno rozdeliť body medzi týchto 10 príkladov tak, aby každý príklad bol najmenej za 5 bodov, počet bodov za každý príklad bol násobkom piatich a prvé tri príklady boli spolu za 45 bodov.

**8 Úloha.** Spočítajte, koľko celočíselných riešení má úloha

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 &< 37,\end{aligned}$$

kde  $x_i \geq 0$  pre každé  $i: 1 \leq i \leq 7$ .

**9 Úloha.** Spočítajte hodnoty nasledujúcich sumačných výrazov, t.j. vyjadrite jednoduchým vzorcom bez použitia sumy.

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k \quad \sum_{k=0}^n \frac{2^k}{k!(n-k)!}.$$

**10 Úloha.** Určite koeficient pri  $x^8$  vo výraze  $(2 - 3x + 5x^2)^7$ .

**11 Úloha.** Nájdite koeficient pre člen  $\frac{x^2y^3}{z^4}$  v úplnom rozvoji výrazu

$$\left(x - 2y + \frac{3}{z} - 4\right)^{10}.$$

Kolko rôznych sčítancov je v tomto úplnom rozvoji? Aký je súčet všetkých jeho koeficientov?

**12 Úloha.** Kolko prirodzených čísel menších ako  $10^6$  obsahuje každú z cifier 1, 2 a 3?

**13 Úloha.** Kolko 6-ciferných čísel neobsahuje dve za sebou idúce tie isté cifry?

**14 Úloha.** Kolko preusporiadaní 26 písmen anglickej abecedy  $a, b, \dots, z$  neobsahuje tieto reťazce znakov: *spin*, *game*, *path* a *net*?

**15 Úloha.** Na plese je 6 manželských párov. Kolkými spôsobmi možno z nich vytvoriť 6 tanečných párov tak, aby manželia netancovali spolu?

**16 Úloha.** Kolkými spôsobmi možno usadiť 6 manželských párov na lavicu tak, aby manželia nesedeli spolu?

**17 Úloha.** Kolkými spôsobmi možno usadiť 6 manželských párov okolo okrúhleho stola tak, aby manželia nesedeli spolu?

**18 Úloha.** Na kolotoči sa vozí 6 manželských párov. Kolkými spôsobmi ich možno usadiť tak, aby žiaden manžel nesedel bezprostredne za svojou manželkou?

**19 Úloha.** Kolkými spôsobmi možno rozdeliť  $n$  rôznofarebných guľičiek do  $k$  rôznych priehradok? Kolkými spôsobmi to môžeme spraviť, ak vyžadujeme, aby každá priehradka obsahovala aspoň jednu resp. nanaajvýš jednu guľičku?

**20 Úloha.** Kolkými spôsobmi môžno rozdeliť  $n$  jednofarebných guľičiek do  $k$  rôznych priehradok? Kolkými spôsobmi to môžeme spraviť, ak vyžadujeme, aby každá priehradka obsahovala aspoň jednu resp. nanajvýš jednu guľičku?

**21 Úloha.** Kolko (ostro) rastúcich postupností  $x_1 < x_2 < \dots < x_k$  dĺžky  $k$  možno zostaviť z čísel  $1, 2, \dots, n$ ?

**22 Úloha.** Kolko monotónne rastúcich postupností  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k$  dĺžky  $k$  možno zostaviť z čísel  $1, 2, \dots, n$ ?

**23 Úloha.** Kolko postupností  $x_1, x_2, x_3, x_4$  dĺžky 4 takých, že

$$x_1 \leq x_2 < x_3 \leq x_4,$$

možno zostaviť z čísel  $0, 1, 2, \dots, 10$ ?

**24 Úloha.** Kolkokrát sa vykoná príkaz `print` pri vyhodnotení nasledujúceho segmentu programu?

```
for i := 1 to n do
  for j := i to n do
    for k := j to n do
      print(i,j,k)
```