

## 4. a 5. domáca úloha z predmetu 1-AIN-120 Diskrétna matematika (1) ZS 2014/15

Ján Komara

4. decembra 2014

### 1. príklad

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí

$$\sum_{i=0}^n i3^i = \frac{3^{n+1}(2n-1) + 3}{4}.$$

### Riešenie 1. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 1. príkladu.

### 2. príklad

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo  $n \geq 5$  platí  $n^2 < 2^n$ .

### Riešenie 2. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 2. príkladu.

### 3. príklad

Nech  $f_n$  je postupnosť prirodzených čísel definovaná vzťahom:

$$\begin{aligned} f_0 &= 0 \\ f_1 &= 1 \\ f_2 &= 2 \\ f_{n+3} &= f_{n+2} + 2f_{n+1} + 3f_n + 4. \end{aligned}$$

Uvažujme ďalej funkciu  $g$  definovanú primitívnou rekurziou so substitúciou v parametroch:

$$\begin{aligned}g(0, a, b, c) &= a \\g(n + 1, a, b, c) &= g(n, a + 2b + 3c + 4, a, b).\end{aligned}$$

Dokážte, že platí

$$f_{n+2} = g(n, 2, 1, 0).$$

### **Riešenie 3. príkladu**

Táto časť obsahuje riešenie 3. príkladu.