

# Vzorový príklad pre 3. domácu úlohu

Ján Komara

20. novembra 2014

## Príklad

Nájdite obor pravdivosti výrokovej formy

$$|3x| \leq |2x - 1| \quad (1)$$

definovanej nad oborom reálnych čísel. Dokážte, že vaše riešenie je správne.

*Návod.* V dôkaze využite tieto dve vlastnosti absolútnej hodnoty reálnych čísel:

$$\forall x \forall y (y \leq |x| \leftrightarrow y \leq x \vee y \leq -x) \quad (2)$$

$$\forall x \forall y (|x| \leq y \leftrightarrow x \leq y \wedge -x \leq y). \quad (3)$$

## Riešenie

Najprv dokážeme, že platí

$$\forall x \left( |3x| \leq |2x - 1| \leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{5} \right). \quad (4)$$

Nech  $x$  je ľubovoľné, ale pevne zvolené reálne číslo. Potom

$$\begin{aligned} |3x| \leq |2x - 1| &\stackrel{(2)}{\Leftrightarrow} |3x| \leq 2x - 1 \vee |3x| \leq -(2x - 1) \stackrel{2 \times (3)}{\Leftrightarrow} \\ 3x &\leq 2x - 1 \wedge -3x \leq 2x - 1 \vee 3x \leq -(2x - 1) \wedge -3x \leq -(2x - 1) \Leftrightarrow \\ x &\leq -1 \wedge 1 \leq 5x \vee 5x \leq 1 \wedge -1 \leq x \Leftrightarrow \\ \frac{1}{5} &\leq x \leq -1 \vee -1 \leq x \leq \frac{1}{5} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{5}. \end{aligned}$$

Tým sme dokázali pomocné tvrdenie (4).

Obor pravdivosti výrokovej formy (1) je preto rovný množine

$$\left\{ x \in R \mid -1 \leq x \leq \frac{1}{5} \right\}.$$