

# Vzorový príklad pre 2. domácu úlohu

Ján Komara

21. októbra 2014

## Príklad

Kolko permutácií množiny  $\{1, 2, \dots, n\}$  nenecháva žiadne číslo na svojom mieste?

## Riešenie

Nech  $U$  je množina všetkých permutácií množiny  $S = \{1, 2, \dots, n\}$ . Symbolom  $A_i$  pre  $1 \leq i \leq n$  označme množinu tých permutácií z  $U$ , ktoré nechajú  $i$ -tý prvok množiny  $S$  na svojom mieste. Množiny  $A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}$  majú rovnako veľa prvkov pre ľubovoľný výber  $k$  čísel  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ . Platí totiž

$$|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}| = |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k| = (n - k)!.$$

Hľadaný počet je preto rovný číslu

$$\begin{aligned} |\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_n}| &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k| = \\ &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (n - k)!. \end{aligned}$$