

Vzorový príklad pre 1. domácu úlohu

Ján Komara

20. októbra 2013

Príklad

Spočítajte, koľko celočíselných riešení má rovnica

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15, \quad (1)$$

ak $x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 2$, $x_3 \geq 3$ a $x_4 \geq 4$.

Riešenie

Rovnica (1) je ekvivalentná rovnici

$$x_1 - 1 + x_2 - 2 + x_3 - 3 + x_4 - 4 = 15 - 1 - 2 - 3 - 4 = 5, \quad (2)$$

pričom $x_1 - 1 \geq 0$, $x_2 - 2 \geq 0$, $x_3 - 3 \geq 0$ a $x_4 - 4 \geq 0$.

Počet celočíselných riešení rovnice (2) s uvedenými ohraničeniami je ten istý ako počet celočíselných riešení rovnice

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 5,$$

kde $y_i \geq 0$ pre každé $i = 1, 2, 3, 4$. Ale ten je rovný počtu kombinácií s opakovaním 5 prvkov zo 4 druhov:

$$C''(4, 5) = \binom{5+4-1}{4-1} = \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} = 56.$$

A to je hľadaný počet riešení rovnice (1).