

Lineárne diofantické rovnice

Formulácia problému. Všeobecný tvar lineárnej diofantickej rovnice s dvoma neznámymi:

$$ax + by = c. \quad (1)$$

Tu a , b a c sú pevne dané celé čísla, $a, b \neq 0$. Riešiť rovnicu (1) znamená nájsť všetky jej riešenia (x, y) .

Podmienka riešiteľnosti diofantickej rovnice.

$$\exists x \exists y ax + by = c \leftrightarrow \gcd(a, b) \mid c$$

Vlastnosť $\gcd(a, b) \mid c$ sa nazýva nutná a postačujúca podmienka pre riešiteľnosť diofantickej rovnice (1).

Dôkaz. Tvrdenie bolo dokázané na 8. prednáške. \square

Všeobecný tvar riešení diofantickej rovnice. Nech (x_0, y_0) je jedno z riešení diofantickej rovnice (1). Potom

$$ax + by = c \leftrightarrow \exists z \left(x = x_0 + \frac{bz}{\gcd(a, b)} \wedge y = y_0 - \frac{az}{\gcd(a, b)} \right).$$

Dôkaz. Tvrdenie bolo dokázané na 8. prednáške. \square