

Nehomogénne rekurentné vzťahy

Příklad. Tabuľka 1 obsahuje zoznam partikulárnych riešení $a_n^{(p)}$ nehomogenného rekurentného vzťahu 1-stupňa

$$a_{n+1} = 3a_n + f(n).$$

pre vybrané funkcie $f(n)$. Všeobecné riešenie pridruženého homogenného vzťahu

$$a_{n+1} = 3a_n$$

má tvar $a_n^{(h)} = K3^n$.

Příklad. Tabuľka 2 obsahuje zoznam partikulárnych riešení $a_n^{(p)}$ nehomogenného rekurentného vzťahu 2-stupňa

$$a_{n+2} - 10a_{n+1} + 21a_n = f(n).$$

pre vybrané funkcie $f(n)$. Všeobecné riešenie pridruženého homogenného vzťahu

$$a_{n+2} - 10a_{n+1} + 21a_n = 0$$

má tvar $a_n^{(h)} = K_13^n + K_27^n$.

Příklad. Tabuľka 3 obsahuje zoznam partikulárnych riešení $a_n^{(p)}$ nehomogenného rekurentného vzťahu 2-stupňa

$$a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = f(n).$$

pre vybrané funkcie $f(n)$. Všeobecné riešenie pridruženého homogenného vzťahu

$$a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = 0$$

má tvar $a_n^{(h)} = K_13^n + K_2n3^n$.

Úloha. Doplňte tabuľku 4, ktorá obsahuje zoznam partikulárnych riešení $a_n^{(p)}$ nehomogenného rekurentného vzťahu 2-stupňa

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = f(n).$$

pre vybrané funkcie $f(n)$. Všeobecné riešenie pridruženého homogenného vzťahu

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$$

má tvar $a_n^{(h)} = K_13^n + K_2$.

Úloha. Doplňte tabuľku 5, ktorá obsahuje zoznam partikulárnych riešení $a_n^{(p)}$ nehomogenného rekurentného vzťahu 2-stupňa

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = f(n).$$

pre vybrané funkcie $f(n)$. Všeobecné riešenie pridruženého homogenného vzťahu

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = 0$$

má tvar $a_n^{(h)} = K_1 + K_2n$.

$f(n)$	$a_n^{(p)}$
-2	A
$-2n$	$An + B$
$n^2 + 1$	$An^2 + Bn + C$
4×5^n	$A5^n$
2×3^n	$An3^n$
$n2^n$	$(An + B)2^n$
$n3^n$	$(An + B)n3^n$
$1 - 2^n$	$A + B2^n$
$3^n + 1$	$An3^n + B$
$3^n + 7^n$	$An3^n + B7^n$

Tabuľka 1: Partikulárne riešenia vzťahu $a_{n+1} = 3a_n + f(n)$

$f(n)$	$a_n^{(p)}$
4×5^n	$A5^n$
2×7^n	$An7^n$
$n2^n$	$(An + B)2^n$
$n7^n$	$(An + B)n7^n$
$1 - 2^n$	$A + B2^n$
$7^n + 1$	$An7^n + B$
$3^n + 7^n$	$An3^n + Bn7^n$

Tabuľka 2: Partikulárne riešenia vzťahu $a_{n+2} - 10a_{n+1} + 21a_n = f(n)$

$f(n)$	$a_n^{(p)}$
4×5^n	$A5^n$
2×3^n	An^23^n
$n2^n$	$(An + B)2^n$
$n3^n$	$(An + B)n^23^n$
$1 - 2^n$	$A + B2^n$
$3^n + 1$	$An^23^n + B$
$3^n + 7^n$	$An^23^n + B7^n$

Tabuľka 3: Partikulárne riešenia vzťahu $a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = f(n)$

$f(n)$	$a_n^{(p)}$	
-2	An	
-2n		
$n^2 + 1$		
4×5^n		
2×3^n		
$n2^n$		
$n3^n$		
$1 - 2^n$		$An + B2^n$
$3^n + 1$		
$3^n + 7^n$		

Tabuľka 4: Partikulárne riešenia vzťahu $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = f(n)$

$f(n)$	$a_n^{(p)}$
-2	An^2
-2n	
$n^2 + 1$	
4×5^n	
$n2^n$	
$1 - 2^n$	

Tabuľka 5: Partikulárne riešenia vzťahu $a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = f(n)$