**Domáca úloha 5** Diskrétna matematika I Zima 2009-10

**Zadané:** Štvrtok, 12. novembra
**Odovzdať:** V týždni od **16.novembra**, na začiatku vašich cvičení.
(Skupina, ktorá má cvičenie v utorok 17. novembra, môže úlohu odovzdať až ďalší týždeň na cvičení.)

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať mohol ľahko sledovať vaše argumenty a sled vašich myšlienok. Výsledok bez zdôvodnenia nestačí. Neodpisujte riešenia iných. Každý príklad napíšte na novú stranu papiera a viditeľne označte, o ktorý príklad ide. Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach.

**Úloha je za 10 bodov**

1. Uvažujme nasledujúcu výrokovú funkciu:

$$p(x, y) : y - x = y + x^2$$

kde univerzum každej premennej je množina celých čísel.

Určte pravdivostnú hodnotu každého z nasledujúcich výrokov:

(a) $p(0, 0)$
(b) $p(1, 1)$
(c) $p(0, 1)$
(d) $\forall y\ p(0, y)$
(e) $\exists y\ p(1, y)$
(f) $\forall x \exists y\ p(x, y)$
(g) $\exists y \forall x\ p(x, y)$
(h) $\forall y \exists x\ p(x, y)$

2. Určte pravdivostnú hodnotu každého z nasledujúcich výrokov. Ak je nepravdivý, ukážte to kontrapríkladom. Univerzum sú celé čísla.

(a)
$$\forall x \exists y \exists z\ (x = 7y + 5z)$$

(b)
$$\forall x \exists y \exists z\ (x = 4y + 6z)$$

3. Dokážte, že $\sqrt{3}$ je iracionálne číslo.
4. Dokážte: Ak $a \neq 0$ a $b \neq 0$, tak $a \cdot b \neq 0$.
5. Dokážte: Nech $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Potom existuje práve jedno reálne číslo $x$ také, že $a \cdot x = b$. (Číslo $x$ sa nazýva riešenie rovnice $a \cdot x = b$.)

   (Poznámka: Váš dôkaz musí pozostávať z dôkazu existencie riešenia $x$ a dôkazu jednoznačnosti riešenia $x$.)